Planteamiento de problemas de programación lineal

M. En C. Eduardo Bustos Farías

Ejemplo. The Ferguson Company

Asignación de capital

Desarrollar plan para la asignación de fondos.

Tipo de proyecto	Valor presente neto estimado	Requerimientos de capital			
		Año1	Año 2	Año 3	Año 4
Expansión de la planta	$180,000	$30,000	$40,000	$40,000	$30,000
Nueva maquinaria	$20,000	$12,000	$8,000	$0	$4,000
Inv. De nuevos productos	$72,000	$30,000	$30,000	$20,000	$30,000
Ampliación del almacén	$80,000	$20,000	$30,000	$40,000	$10,000
Fondos disponibles de capital		$65,000	$80,000	$80,000	$50,000

Variables de decisión

x_j = . valor proporcional que indica la medida en que se finanacia el proyecto

x_j = . 1 indica que si se financia el proyecto

x_j = . 0 indica que no se financia el proyecto

$j = 1, 2, 3, 4$

Función Objetivo

$$z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_4$$

$$\text{Max\_Z} = 18000x_1 + 20,000x_2 + 72000x_3 + 80000x_4$$

Restricciones

Año 1: $30,000x_1 + 12,000x_2 + 30,000x_3 + 20,000x_4 \le 65,000$

Año 2: $40,000x_1 + 8,000x_2 + 30,000x_3 + 30,000x_4 \le 85,000$

Año 3: $40,000x_1 + 0x_2 + 20,000x_3 + 40,000x_4 \le 80,000$

Año 4: $30,000x_1 + 4,000x_2 + 30,000x_3 + 10,000x_4 \le 50,000$

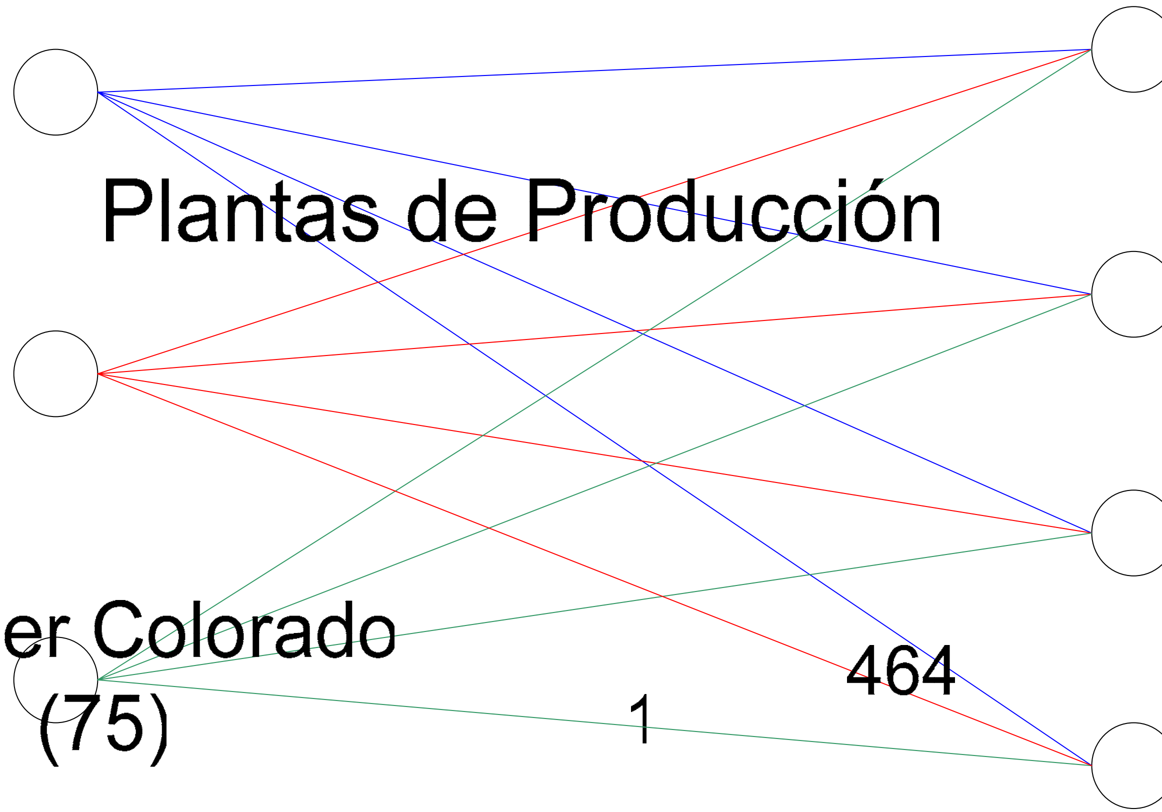
$x1, x2, x3, x4 \le 1$ **para garantizar que cada proyecto no sobrepase el 100% del mismo**

$x_j > 0, j = 1, 2, 3, 4$

Ejemplo. Duff company

Transporte

Plantas de Producción



Datos

Fuente (Planta)	Almacén de destino				Producción (Oferta)
	1	2	3	4	
1	646	513	654	867	75
2	352	416	690	791	125
3	995	682	388	685	100
Asignación (Demanda)	80	65	70	85	300

Solución

Variables de decisión

x_{ij}, $i = 1, 2, 3$

$j = 1, 2, 3, 4$

x_{ij} = . numero de camiones qeu se envian de la planta i al almacen j

que

Función Objetivo

$$\textbf{Min} \quad z = \sum_{i=j=1}^{i=3\_\,j=4} C_{ij} x_{ij}$$

$$\textbf{Min} \quad z = 464x_{11} + 513x_{12} + 654x_{13} + 867x_{14} + 352x_{21} + 416x_{22} + 690x_{23} + 791x_{24} + 995x_{31} + 682x_{32} + 388x_{33} + 685x_{34}$$

Restricciones

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 75$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq 125$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} \leq 100$$

$x_{ij} \geq 0$ $\quad$ i = $1, 2, 3$

j = $1, 2, 3, 4$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} \leq 80$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} \leq 65$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} \leq 70$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} \leq 85$$

Ejemplo. Protac

Programación de máquinas

Datos

Departamento	Horas		Total Disponible
	Modelo E-9	Modelo F-9	
A	10	15	150
B	20	10	160
C	30	10	135

Utilidad	Modelo E-9	$5,000
	Modelo F-9	$4,000

Al menos un F-9 por cada 3 E-9

Deben producirse 5 equipos (cualquier combinación)

Solución

Variables de decisión

X1=Número de E-9 producidos el próximo mes

X2=Número de F-9 producidos el próximo mes

Función objetivo

Max $z = C_1 x_1 + C_2 x_2$

Max Z=5000x1+4000x2

Restricciones

$$10x_1 + 15x_2 \leq 150$$

$$20x_1 + 10x_2 \leq 160$$

$$30x_1 + 10x_2 \geq 135$$

$$3x_1 - x_2 \leq 0$$

$$x_1 + x_2 \geq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Ejemplo. Crawler Tread

Requerimientos de elementos básicos (libras por tonelada)

Elemento	Requerimiento mínimo
A	5
B	100
C	30

Composición de cada mineral				
Elemento	Mina			
	1	2	3	4
A	10	3	8	2
B	90	150	75	175
C	45	25	20	37

Costo en dólares por tonelada de cada mina	
Mina	Costo por mineral
1	800
2	400
3	600
4	500

Solución

Variables de decisión:

X_i = fracción de tonelada que se va a escoger del mineral de la mina i, donde i=1,2,3,4

X_1 = fracción de tonelada que se va a escoger de la mina 1.

X_2 = fracción de tonelada que se va a escoger de la mina 2.

X_3 = fracción de tonelada que se va a escoger de la mina 3.

X_4 = fracción de tonelada que se va a escoger de la mina 4.

Función objetivo

$$\text{Min} \quad z = \sum_{i=1}^{4} C_i x_i$$

$$\text{Min\_Z} = 800x_1 + 400x_2 + 600x_3 + 500x_4$$

Restricciones

$$10x_1 + 3x_2 + 8x_3 + 2x_4 \geq 5$$

$$90x_1 + 150x_2 + 75x_3 + 175x_4 \geq 100$$

$$45x_1 + 25x_2 + 20x_3 + 37x_4 \geq 30$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

(Condicion de balance asegura que se utuliza to l mineral)

do e

$$x_i \geq 0$$

i

$$i = 1, 2, 3, 4$$

Ejemplo. Comida para Perros

Una lata de 10 oz. de alimento para perros debe contener al menos:

- Proteínas 3 oz
- Carbohidratos 5 oz
- Grasas 4 oz

Se van a mezclar 4 cereales en diversas proporciones para producir la lata de 16 oz que satisfaga los requerimientos de costo mínimo.

Alimento	Proteínas	Carbohidratos	Grasas	Costo
1	3	7	5	\$4
2	5	4	6	\$6
3	2	2	6	\$3
4	3	8	2	\$2

Solución

Variables de decisión

xi = Proporción de la combinación i que habrá en una lata de 16 oz de alimento para perro, i = 1,2,3,4

Función objetivo

$$\text{Min\_Z} = \sum_{i=1}^{4} c_i x_i = 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4$$

Restricciones

$$3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 \geq 3$$

$$7x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 8x_4 \geq 5$$

$$5x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 2x_4 \geq 4$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$$

$$x_i \geq 0 \qquad i = 1, 2, 3, 4$$

Ejemplo. Problema de Transporte

Datos

Planta	Almacén			Oferta (unidades)
	1	2	3	
1	\$8	\$10	\$12	100
2	\$7	\$9	\$11	200
Demanda	150	200	350	
Precio Venta	\$12	\$14	\$15	

¿Cuántas unidades debe transportar de cada planta a cada almacén para maximizar la utilidad?

Solución

Variables de decisión

$X_{i,j}$ = Unidades de producto que se envían de la planta i al almacén j.

i = 1, 2

j = 1, 2, 3

Función objetivo

Coeficientes

$c_1 = 12 - 8 = 4$

$c_2 = 14 - 10 = 4$

$c_3 = 15 - 12 = 3$

$c_4 = 12 - 7 = 5$

$c_5 = 14 - 9 = 5$

$c_6 = 15 - 11 = 4$

$$Max\_Z = \left(4 \cdot x_{11} + 4 \cdot x_{13} + 3 \cdot x_{13}\right) \ldots$$
$$+ 5x_{12} + 5x_{22} + 4x_{23}$$

Restricciones

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 100$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 200$$

$$x_{11} + x_{21} \leq 150$$

$$x_{12} + x_{22} \leq 200$$

$$x_{13} + x_{23} \leq 350$$

$$x_{ij} \geq 0$$

$$i = 1, 2$$

$$j = 1, 2, 3$$

Ejemplo. Programación de vigilancia

Un gerente de personal debe elaborar un programa de vigilancia de modo que se satisfagan los siguientes requerimientos de personal.

Tiempo	Número de oficiales mínimo requerido	Turno	Hora Entrada	Hora Salida
24-4	5	1	24	8
4-8	7	2	4	12
8-12	15	3	8	16
12-16	7	4	12	20
16-20	12	5	16	24
20-24	9	6	20	4

Los guardias trabajan turnos de 8 horas

Se requiere determinar cuántos guardias deberán trabajar en cada turno con el objetivo de minimizar el número total de guardias que satisfagan los requerimientos de personal.

Solución

Variables de decisión

xi = Número de guardias que entran a trabajar en el turno i, donde i = 1,2,3,4,5,6

Función objetivo

$$Min\_Z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

Restricciones

Turnos	24-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24
1	X1	X1				
2		X2	X2			
3			X3	X3		
4				X4	X4	
5					X5	X5
6	X6					X6
Requerimientos	5	7	15	7	12	9

Restricciones

$$x_1 + x_6 \geq 5 \qquad x_3 + x_4 \geq 7$$

$$x_1 + x_2 \geq 7 \qquad x_4 + x_5 \geq 12$$

$$x_2 + x_3 \geq 15 \qquad x_5 + x_6 \geq 9$$

$$x_i \geq 0$$

$$i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

Ejemplo. La construcción de distribuidores viales en la Cd. De México

Datos

Contratista	Proyecto		
	1	2	3
1	28	32	36
2	36	28	30
3	38	34	40

Solución

Variables de decisión:

x_{ij} = relación entre el contratista i con el proyecto j.

donde: i = j = 1, 2, 3

x_{ij} = 0 indica que el proyecto no se asignó.

x_{ij} = 1 indica que el proyecto si se asignó.

Función Objetivo

Min. $$z = \sum_{I=J=1}^{i=j=3} C_{ij} x_{ij}$$

Min. $$z = 28x_{11} + 32x_{12} + 36x_{13} + 36x_{21} + 28x_{22} + 30x_{23} + 38x_{31} + 34x_{32} + 40x_{33}$$

Restricciones

Para el contratista 1 sólo recibe 1 proyecto.

1) $x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1$

2) $x_{21} + x_{22} + x_{23} = 1$

3) $x_{31} + x_{32} + x_{33} = 1$

$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 1$

$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 1$

$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 1$

$x_{ij} \geq 0$

i = j = 1, 2, 3.