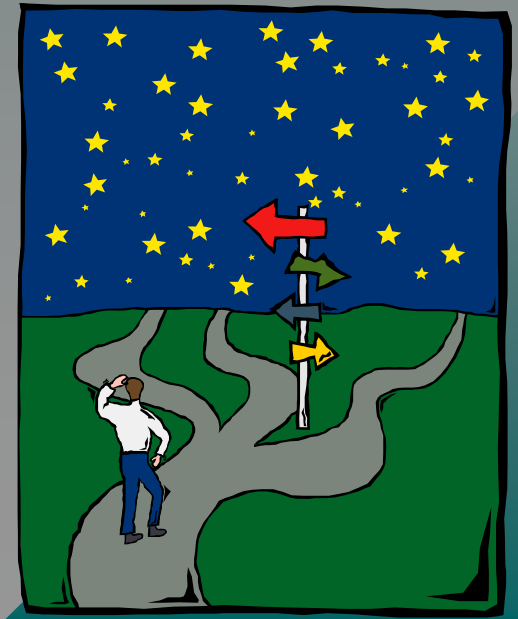




# MÉTODOS MULTICRITERIO DISCRETOS DE AYUDA A LA DECISIÓN.

M. En C. Eduardo Bustos Farías.





# Objetivos

- Se analiza el procesamiento de la información y la búsqueda de la misma.
- Se discute acerca de las limitaciones de estos métodos, debido a la variedad de elementos a considerar, tanto de parte del decisor, como de los modelos axiomáticos y los software de cómputo disponibles.
- Esta exposición pretende estimular al público a incorporar las técnicas decisionales multicriterio a su conjunto de herramientas analíticas.



# Resumen

Se presenta una exposición general de tres métodos multicriterio discretos para la ayuda a la toma de decisiones:

- las Relaciones de Sobreclasificación,
- la Teoría de la Utilidad Multiatributo,
- el Proceso Analítico Jerárquico,



# Introducción

- Los métodos multicriterio de ayuda a la decisión dan al tomador de decisiones algunas herramientas para hacerlo capaz de avanzar en la resolución de problemas de decisión donde muchos puntos de vista deben ser tomados en cuenta (frecuentemente contradictorios).
- No existe, en general, ninguna decisión (solución, acción) la cual sea la mejor simultáneamente desde todos los puntos de vista.
- La optimización no tiene mucho sentido, en contraste a las técnicas clásicas de investigación de operaciones, los métodos multicriterio no obtienen "las mejores soluciones" (tales soluciones no existen).



# Relaciones de Sobreclasificación

- Familia de métodos de ayuda a la decisión, desarrollado inicialmente por Bernard Roy, en 1968, como una aproximación complementaria a la teoría de la utilidad multriatributo.
- Las relaciones de Sobreclasificación (outranking relationship) son métodos no compensatorios, ya que no están permitidos los intercambios de logros entre atributos.
- El tipo de procesamiento de información es intradimensional, y la búsqueda de información es de eliminación por aspectos.



Estos métodos surgen al aceptar incomparabilidades y al no imponer propiedades de transitividad. Ello significa que las preferencias no pueden ser expresadas por una única función numérica

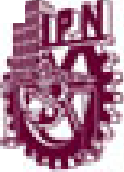
Los principios básicos de las relaciones de Sobreclasificación son:

1. La construcción del modelo de Sobreclasificación, el cual representa la preferencia total y el cual puede ser formado por uno o más valores o relaciones binarias.
2. La explotación del modelo de Sobreclasificación en función del problema a resolver.



- Las relaciones de Sobreclasificación son utilizadas en los métodos:
- ELECTRE (elimination and (et) choice translating algorithm),
- PROMETE ( Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluations),
- GAIA y
- en los análisis de concordancia en general.

Se refiere a la comparación de dos alternativas respecto a todos los criterios mediante el uso de relaciones binarias.



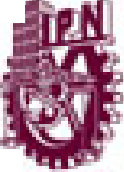
- Formalmente  $a$  supera a  $b$  ( $a S b$ ) si existen suficientes motivos a favor de  $a$  (se trata de la concordancia en términos de cantidad de criterios o de peso de los criterios favorables) y si no se registran opiniones fuertemente contrarias a  $a$  (es la discordancia, ejercida como derecho de veto, medida como una gran diferencia de puntaje en  $a$  para alguno de los criterios bajo análisis).
- Cuando se verifican estas dos circunstancias, es posible afirmar que  $a$  supera a  $b$ .



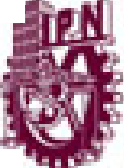


En general dadas dos alternativas  $a$  y  $b$  es posible encontrar las siguientes situaciones:

- $a S b$  o  $b S a$ ,
- $a S b$  y  $b S a$ , lo que implica que  $a I b$  ( $a$  es indiferente o equivalente a  $b$ )
- $a$  y  $b$  son incomparables, es decir no se verifica ninguna de las circunstancias anteriores.



- Las relaciones de Sobreclasificación no son necesariamente transitivas. Esto es, si  $a S b$  y  $b S c$ , ello no necesariamente implica que  $a S c$ . Esto hace que este método sea simultáneamente práctico y ambiguo, a semejanza de multitud de casos que se encuentran en la vida cotidiana. La relación de Sobreclasificación en ELECTRE se determina aplicando índices de concordancia y de discordancia en forma simultánea.
- Los métodos de sobrecalsificación han sido frecuentemente criticados por la falta de fundamentos axiomáticos. Aunque se ha trabajado en este sentido, por ejemplo las relaciones obtenidas por métodos ELECTRE no poseen ninguna propiedad en particular. En el caso de los métodos PROMETHEE si hay relaciones, pero su caracterización es aún un problema abierto.



Muchos elementos pueden ser tomados en cuenta para escoger un método de sobreclasificación, por ejemplo:

- qué tipo de resultado se desea obtener,
- qué tipo de información es posible obtener como datos de entrada y
- cuáles propiedades son consideradas como importantes para el método.



- Aunque se han aplicado los métodos de relaciones de Sobreclasificación en muchas aplicaciones completas no hay de ellos una descripción suficiente en las revistas internacionales.
- Principalmente por el hecho de que la descripción de un problema real de decisiones es un trabajo tremendo y no posee las características necesarias para ser publicado en una revista científica.
- Por otro lado, la reducción de la descripción del proceso decisorio a la aplicación estricta del método a un conjunto de datos no es muy interesante.



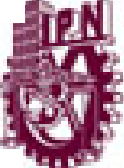
# Aplicaciones

- Buchanan (1999) propone una aplicación real de la metodología de la selección de un proyecto para una compañía de electricidad de Nueva Zelanda, utilizando el método ELECTRE III,
- Mauchant (1996) habla del contexto de programas como PROMETHEE y GAIA;
- Brams et al (1994), explica el uso de PROMETE,
- Abu -Taled et al (1994), propone el uso de PROMETHEE V en planeación de recursos del agua y
- Romero (1996) aplica ELECTRE I a la selección de un caza-bombardero.



# Teoría de la Utilidad Multiatributo

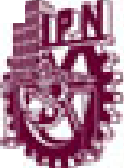
- Fue desarrollada por Ralph L. Keeney y Howard Raiffa, en 1976.
- Busca expresar las preferencias del decisor sobre un conjunto de atributos o criterios en términos de la utilidad que le reporta, dentro de un contexto de la teoría de la decisión en condiciones de incertidumbre.
- Se trata de modelos de agregación de preferencias efectuadas respecto a criterios individuales, en los cuales se modelan las preferencias globales del decisor mediante una función de valor.
- La norma de comportamiento es el principio de la racionalidad.



Dos ventajas de estos modelos es el hecho de que pueden excluir cualquier incomparabilidad y que estas preferencias son transitivas

Esta teoría se basa en los siguientes axiomas:

Axioma 1. Maximización de la función de utilidad.  
Todo decisor intenta inconscientemente (o implícitamente) maximizar una función que agrega todos los puntos de vista relevantes del problema.



Axioma 2. Tricotomía. Por otra parte, todo par de acciones  $a$  y  $b$  son susceptibles de ser comparadas, y existe un ordenamiento de preferencia bien definido sobre el conjunto de las acciones, de modo que para cualquier par de alternativas se tiene que:

- o bien  $a > b$ , el resultado  $a$  es preferido al resultado  $b$ ,
- o bien  $a \sim b$ , el decisor se encuentra en situación de indiferencia entre  $a$  y  $b$ ,
- o bien  $b > a$ , el resultado  $b$  es preferido al resultado  $a$ .

Axioma 3. Transitividad. Se asume que el orden de preferencia es transitivo, esto es, si se prefiere  $a$  a  $b$  y  $b$  a  $c$ , entonces se debe preferir  $a$  a  $c$ .





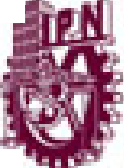
- Del primer axioma si es interrogado el decisor acerca de sus preferencias, sus respuestas serán coherentes con una cierta función que no es conocida a priori. El papel del analista es el de estimar esta función mediante una adecuada serie de preguntas formuladas al decisor.
- Estos dos últimos axiomas garantizan la preservación de consistencia al comparar resultados.
- El propósito del método es asociar valores numéricos a los resultados de la comparación, de modo tal que i) estos valores numéricos son ordenados consistentemente con las preferencias, y ii) se pueda determinar tales valores mediante algún tipo de procedimiento, para el cual se recurre a axiomas adicionales.



La técnica se basa aquí en dos pasos: primero la medición de la utilidad parcial de una alternativa con referencia a cada uno de los criterios, y luego proceder a la agregación de estas utilidades parciales para obtener la utilidad global de la acción bajo análisis.

En definitiva, las fases que se distinguen en la construcción de una función de utilidad son las siguientes:

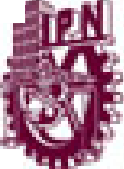
- i) Identificación de la forma funcional apropiada
- ii) Construcción de las funciones de utilidad unidimensionales
- iii) Determinación de los parámetros de la función de utilidad multiatributo
- iv) Comprobación de la consistencia de la función de utilidad construida



Tanto para la determinación de la forma de descomposición, como para el cálculo de las funciones de utilidad unidimensionales y los factores de escala, se utilizan loterías.

Este modelo se basa en los supuestos de que:

- a) Los diferentes atributos son independientes
- b) El beneficio o valor general que resulta de la presencia de distintos atributos se obtiene de forma aditiva



- A pesar de que el cumplimiento de estos supuestos no siempre se puede garantizar, la repercusión que tiene la violación de los mismos (robustez del modelo) es débil. Es posible el planteo de otros modelos de agregación de tipo multiplicativo, pero estos son más complejos y menos utilizados.
- El modelo de agregación de las utilidades parciales en una utilidad total puede tomar dos formas, i) de tipo aditiva o ii) de tipo multiplicativa.
- En i) es posible agregar las utilidades parciales sumándolas las unas con las otras (luego de haberlas multiplicado por una ponderación, o luego de haberlas modificadas mediante una transformación afín, o ambas a la vez).



En el llamado modelo aditivo simple la utilidad global se expresa mediante la ecuación 1:

$$U(x) = p_1 u_1(x_{i1}) + p_2 u_2(x_{i2}) + \dots + p_m u_m(x_{im}) \dots \dots (1)$$

- dónde los  $p_j$  son los pesos o ponderaciones
- las  $u_j$  son las utilidades subjetivas parciales
- $x_{ij}$  son las acciones bajo análisis



La expresión multiplicativa adopta la forma de la ecuación 2:

$$U(x) = [\alpha_1 + \beta_1 u_1(x_{11})] \times [\alpha_2 + \beta_2 u_2(x_{12})] \times \dots \times [\alpha_m + \beta_m u_m(x_{im})] \dots (2)$$

dónde los  $\alpha_j$  y  $\beta_j$  son también pesos o ponderaciones.



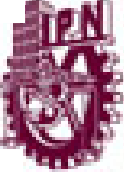
- Es un método compensatorio por que los intercambios de logros entre atributos están permitidos.
- El procesamiento de información es interdimensional, y la búsqueda de información es variable.



# Aplicaciones

- El proyecto de localización de un nuevo aeropuerto en la Ciudad de México (Prawda, 1995, p. 70),
- Otros problemas de localización (Buffa, 1994, p. 129), y
- Exámenes para elegir candidatos (French, 1988, p. 138)





# El Proceso Analítico Jerárquico

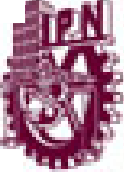
- Es un método desarrollado por Thomas L. Saaty en 1980, como una ayuda a la toma de decisiones,
- consiste en dividir una situación compleja y poco estructurada en sus partes que la componen;
- arreglando estas partes, o variables, en un orden jerárquico; asignando valores numéricos a juicios subjetivos sobre la importancia relativa de cada variable;
- y sintetizando los juicios para determinar cuales variables tienen la mayor prioridad y deben actuar bajo la influencia del resultado de la situación.



- El proceso involucra estructurar un problema de un objetivo primario a niveles secundarios de objetivos.
- Una vez que estas jerarquías han sido establecidas, una matriz de comparación por pares de cada elemento, dentro de cada nivel es construido.
- Los participantes pueden sopesar cada elemento con cada uno de los otros elementos dentro de cada nivel, cada nivel está relacionado a los niveles sobre y debajo de éste, y el esquema total es resuelto matemáticamente.
- El resultado es una clara afirmación prioritaria de un individuo o grupo.



- Es especialmente adecuado para decisiones complejas las cuales involucran la comparación de elementos de decisión los cuales son difíciles de cuantificar.
- Está basado en el supuesto de que cuando nos enfrentamos con una decisión compleja la reacción humana natural es agrupar los elementos de decisión de acuerdo con sus características comunes.



- Construcción descendente. Se comienza listando primero los atributos más globales, esto es, construyendo el árbol de valores de arriba hacia abajo, de lo general a lo particular.
- Es decir que todos los aspectos generales que se recopilaron en la definición del problema están presentes en esta primera instancia.
- Cada atributo propuesto deberá llevar aparejada una definición operativa.
- Al descomponer un atributo hay que procurar que los sub-atributos generados guarden una relación jerárquica con el principal, evitando que se establezcan relaciones con otros principales.
- Se termina de agregar cuando las últimas ramas son susceptibles de ser valoradas por cualquier procedimiento.



- Construcción ascendente. En este caso el proceso se desarrolla a la inversa.
- Se producen todas las características que permiten diferenciar entre las alternativas y posteriormente se construye la estructura agrupando aquellas que mantienen un factor común, que será denominado luego.
- En muchos casos al decisor le cuesta mucho trabajo generar el procedimiento ascendente que, de alguna manera supone un cierto grado de elaboración sobre el material, lo cual no es siempre el caso.
- Cuando el decisor no está muy familiarizado con el problema, la elaboración de lo particular a lo general es más recomendable. Este procedimiento consiste en listar todas las características que ayudan a distinguir entre las alternativas.



- La parte medular del proceso de Saaty se encuentra en el mecanismo de obtención de pesos mediante la comparación de a pares: en cada nivel de la jerarquía, se efectúa una comparación de a pares (pairwise), tomando en cuenta la "contribución" de cada elemento de esa jerarquía respecto de cada uno de los vértices inmediatamente superiores con los cuales se encuentra vinculado.
- La comparación de a pares se realiza en términos de "razones o tasas de preferencia" si se trata de alternativas o de "razones de importancia" si se trata de criterios, sobre la base de una escala numérica propuesta por Saaty. Puede ocurrir que en el proceso de comparaciones se obtenga algún grado de inconsistencia. El algoritmo planteado por Saaty es un cálculo de autovectores que permite una aproximación razonable de las razones estimadas respecto a las comparaciones hechas por el decisor.

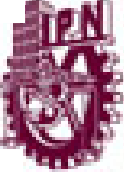


- Valores globales. Se dispone de alternativas: a, b ,c, d, ...y los atributos o criterios son  $C_1, C_2, C_3, \text{ etc...}$ , cuyos pesos son  $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$
- Los pesos locales de alternativas y/o atributos son obtenidos mediante el procedimiento de comparaciones binarias y con la escala propuesta por Saaty:  $W_1, W_2, W_3, \dots, W_r$
- En consecuencia, el valor global de una alternativa genérica  $x_i$  es la mostrada por la ecuación 3:

$$V(x_i) = \sum p_i v_i (x) \dots\dots\dots(3)$$

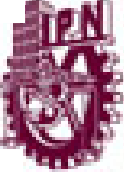
Donde la suma se extiende a todos los 3 criterios posibles.





- Interdependencia de los elementos de una jerarquía. El método clásico de Saaty establece cómo obtener prioridades de los elementos de una jerarquía y cómo obtener el conjunto de prioridades globales cuando los elementos de cada nivel son independientes. Con mucha frecuencia dichos elementos son interdependientes y se plantea entonces el problema de enfrentar dichas interdependencias a efectos de obtener las adecuadas prioridades del problema. Hay dos clases principales de interdependencias entre elementos de un nivel de jerarquía que fueron estudiadas por Saaty y su equipo: la interdependencia sumativa y la interdependencia sinérgica. Para ambos problemas se han aportado respuestas en el contexto de redes de retroalimentación y de supermatrices de las que se obtienen las prioridades globales de las alternativas.





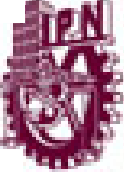
## La metodología del proceso analítico jerárquico involucra los pasos siguientes:

1. Entendimiento del problema de decisión y definición del objetivo total de la solución del problema;
2. Identificación o diseño de alternativas;
3. Identificación de criterios relevantes y/o subcriterios;
4. Construcción de un modelo del proceso analítico jerárquico;
5. Hacer comparaciones por pares de los elementos en un nivel con respecto a los elementos en el siguiente nivel que sirven como un criterio o propiedad común.

Este proceso crea una matriz de comparación por pares. Si hay muchos tomadores de decisiones participando múltiples juicios pueden ser sintetizados por el uso de herramientas geométricas;



6. Usando la matriz creada en el paso anterior, se calculan los pesos derivados locales de los elementos comparados;
7. Se prueba la consistencia por el cálculo de la razón de consistencia;
8. Se repiten los pasos 5, 6 y 7 para todos los elementos en todos los niveles de la jerarquía;
9. Se sintetiza la totalidad de pesos para los elementos en el menor nivel;
10. Se evalúa la consistencia total.



# Aplicaciones



Un modelo de evaluación jerárquica es construido usando herramientas de un programa de computadora basado en el proceso analítico jerárquico, tales como: el Programa de Toma de Decisiones Expertas y el de Elección Experta.

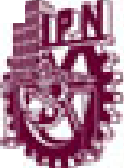
En años recientes el proceso analítico jerárquico ha sido usado para muchas diferentes aplicaciones incluyendo planeación estratégica, ubicación de recursos y la selección de la mejor alternativa.

Este método es compensatorio, ya que en la estrategia de elección los intercambios de logros entre atributos (trade-offs) están permitidos.



# Aplicaciones

- En el campo médico (Primare Care Institute, 1997),
- En proyectos de priorización de transporte,
- En problemas de desarrollo organizacional.

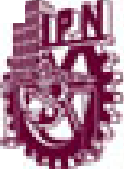


# Algunos comentarios críticos

- Parece razonable que una vez discutida tanto la naturaleza como el funcionamiento de los principales métodos multicriterio nos planteemos la evaluación comparativa de las ventajas e inconvenientes que presentan dichos métodos.
- En pocas palabras, cabe preguntarse cuál es el método multicriterio más adecuado.
- La respuesta, como veremos a continuación, no es sencilla, pues cada método multicriterio conlleva una serie de ventajas e inconvenientes.



- La razón de esta dificultad de debe fundamentalmente a la carencia de estos métodos de una base axiomática sólida. Dicho con otras palabras, los métodos multicriterio discretos no satisfacen un sistema axiomático consistente y atractivo. Esta falta de base axiomática hace que las clasificaciones de alternativas proporcionadas por diferentes métodos resulten cuestionables, cuando no arbitrarias.
- Por otra parte, algunos de estos métodos demandan un tipo de información que en muchas ocasiones resulta muy difícil de obtener.
- Así, por ejemplo, para la aplicación del ELECTRE hace falta conocer entre otras cosas, los umbrales de concordancia y de discordancia.

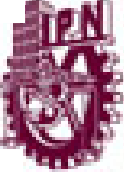


- Indudablemente, la fijación de estos parámetros conlleva una fuerte carga arbitraria, lo que reduce considerablemente la fiabilidad de los resultados obtenidos con estos métodos.
- Diversos autores han apuntado con razón, que en numerosas aplicaciones del ELECTRE para los valores fijados inicialmente a los umbrales de concordancia y discordancia el correspondiente núcleo esta vacío o está formado por todas las alternativas iniciales. Por lo que se van graduando los anteriores umbrales hasta obtener un núcleo con el tamaño deseado.

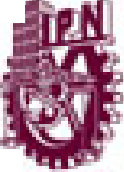


- Por tanto, la determinación del tamaño final del núcleo es en buena medida arbitraria. Además, a la filosofía del ELECTRE parece subyacer el supuesto de existencia de una función de utilidad lineal y aditiva. La compatibilidad que normalmente existe entre el núcleo del problema ELECTRE y la ordenación obtenida.
- Como Arrow & Raynaud indican: «si se poseen los elementos necesarios para construir una función de utilidad lineal, ¿cuál sería el motivo para ensayar un método tan sofisticado como es ELECTRE?»





- Estas observaciones no pretenden minar la aplicabilidad de los métodos multicriterio discretos. Tal vez este tipo de problemas, de indudable interés práctico muy especialmente en el campo de la ingeniería de sistemas, no han podido resolverse con la debida precisión, debido a su compleja naturaleza.
- Los métodos multicriterio discretos desarrollados hasta ahora —el ELECTRE y el AHP son ejemplos representativos— pueden considerarse ideas ingeniosas con un gran atractivo, pero que al no estar integradas en un esquema axiomático global pierden algo de solidez. Dicho con otras palabras, estos métodos hay que considerarlos como procedimientos heurísticos que permiten en la generalidad de los casos obtener resultados razonables de problemas decisionales multicriterio de gran complejidad e importancia.



- Este tipo de consideraciones no nos permiten establecer de una manera definitiva, la superioridad teórica y operativa de un método multicriterio con respecto a otros. Puede concluirse de una manera pragmática, indicando que en la elección del método multicriterio más adecuado influya de una manera decisiva las características situacionales del problema decisional en concreto.



- En definitiva, puede decirse que en general y muy especialmente en el campo de la ingeniería de sistemas computacionales, no existe una superioridad de unos métodos con respecto a otros. El estudio cuidadoso de la naturaleza del problema a analizar nos conducirá a la elección del método multicriterio más adecuado.



- Finalmente, puede ser interesante apuntar que, por razones expositivas, los diferentes métodos multicriterio se han presentado de una manera desconectada. Sin embargo, entre los diferentes métodos expuestos existen relaciones y conexiones importantes.



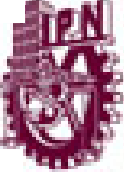
# Bibliografía

- Abu-Taleb, M.F. y Mareschal, B. WATER RESOURCES PLANNING IN THE MIDDLE EAST: APPLICATION OF THE PROMETHEE V MULTICRITERIA METHOD, [http://smg.ulb.ac.be/Preprints/Abu\\_Taleb94\\_09.html](http://smg.ulb.ac.be/Preprints/Abu_Taleb94_09.html)
- Brans, J.P. y Mareschal, B. HOW TO DECIDE WITH PROMETHEE. <http://smg.ulb.ac.be>
- Buchanan, John; Shepard, Phillip y Vanderpooten, Daniel. PROJECT RANKING USING ELECTRE III. Working paper. January 1999. <http://www.waikato.ac.nz/depts/mns...h/Abstract/Paper/RRS-99-1-BuchSheVan.htm>
- Buffa, Elwood S. y Dyer, James S. CIENCIAS DE LA ADMINISTRACIÓN E INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. México, Noriega-Limusa, 1994. 852 pp.
- Flament, Michael. GLOSARIO MULTICRITERIO. Publicaciones de los miembros de la R.E.D.-M <http://www.unesco.org.uy/rem-m/publicac.htm>



# Bibliografía

- French, Simon. DECISION THEORY AN INTRODUCTION TO THE MATHEMATICS OF RATIONALITY. England, Ellis Horwood Limited, 1988.
- Hogarth, R. JUDGEMENT AND CHOICE. 2nd. Ed., 1991. John Wiley and Sons. p. 80
- Mauchant, T. PROMETHEE AND GAIA IN A MULTI-DECISION MAKER ENVIROMENT.  
[http://smg.ulb.ac.be/Preprints/Marchant96\\_01.html](http://smg.ulb.ac.be/Preprints/Marchant96_01.html)
- Oddershede H., Astrid y Arias M., Arnoldo. APLICACIÓN DEL MÉTODO JERÁRQUICO ANALÍTICO PARA LA TOMA DE DECISIONES EN PROBLEMAS DE DESARROLLO ORGANIZACIONAL: CASO DE UN DEPARTAMENTO ACADÉMICO.1991. <http://lauca.usach.cl/red-m97.htm/RES-13.HTM>



# Bibliografía

- Prawda Witenberg, Juan. MÉTODOS Y MODELOS DE INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. Vol. 2. Modelos Estocásticos, México, Noriega-Limusa, 1995.1027 pp.
- Primary Care Institute. THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS. Highland Hospital, Rochester, NY, USA. 1997  
<http://www.miner.rochester.edu/smd/pci/AHP.html>
- Romero, Carlos. ANÁLISIS DE LAS DECISIONES MULTICRITERIO. España, ISDEFE, 1996.115 pp. Consultado el 25 de febrero de 2003.  
<http://www.isdefe.es/webisdefe.nsf/Menu/E603AD0674FB4BBDC1256BB5003D3066?OpenDocument>
- Vincke, Philipe. Cap. 11 OUTRANKING APPROACH.  
<http://smg.ulb.ac.be>

- GRACIAS POR SU ATENCIÓN

**Thank You**







# Preguntas

