

MÉTODOS MULTICRITERIO DE AYUDA A LA DECISIÓN.

Eduardo Bustos Farías. Instituto Politécnico Nacional. (ESCOM).

Abstract.

A general exhibition of the three methods multicriterion is presented for the aid to the decision making of: the outranking Approaches, the Multi Attribute Utility Theory and the Analytical Hierarchical Process. It is analyzed the prosecution of the information and the search of the same one. It is discussed about the limitations of these methods, due to the variety of elements to consider, so much on behalf of the decisor, as of the axiomatic models and the software of computation available.

Resumen.

Se presenta una exposición general de tres métodos multicriterio para la ayuda a la toma de decisiones: las Relaciones de Sobreclasificación, la Teoría de la Utilidad Multiatributo y el Proceso Analítico Jerárquico. Se analiza el procesamiento de la información y la búsqueda de la misma. Se discute acerca de las limitaciones de estos métodos, debido a la variedad de elementos a considerar, tanto de parte del decisor, como de los modelos axiomáticos y los software de cómputo disponibles.

Keywords

Proceso Analítico Jerárquico, Teoría de la Utilidad Multiatributo, Relaciones de Sobreclasificación, Métodos compensatorios y no compensatorios, Electre, Promethee, Métodos Multicriterio.

Introducción.

Los métodos multicriterio de ayuda a la decisión dan al tomador de decisiones algunas herramientas para hacerlo capaz de avanzar en la resolución de problemas de decisión donde muchos puntos de vista deben ser tomados en cuenta (frecuentemente contradictorios). El primer hecho que debe destacarse cuando se enfrenta a esta clase de problemas es que no existe, en general, ninguna decisión (solución, acción) la cual sea la mejor simultáneamente desde todos los puntos de vista. En este contexto la palabra optimización no tiene mucho sentido, en contraste a las técnicas clásicas de investigación de operaciones, los métodos multicriterio no obtienen "las mejores soluciones" (tales soluciones no existen). Por eso es esencial el uso de la palabra ayuda.

Aquí agrupamos estos métodos en:

- ❖ El Proceso Analítico Jerárquico,
- ❖ La Teoría de la Utilidad Multiatributo y

❖ en las Relaciones de Sobreclasificación.

Relaciones de Sobreclasificación.

Familia de métodos de ayuda a la decisión, desarrollado inicialmente por Bernard Roy, en 1968, como una aproximación complementaria a la teoría de la utilidad multiatributo.

Las relaciones de Sobreclasificación son métodos no compensatorios, ya que no están permitidos los intercambios de logros entre atributos (Flament, 1999).

El tipo de procesamiento de información es intradimensional, y la búsqueda de información es de eliminación por aspectos, de acuerdo al criterio de Hogarth (1991, p. 80).

Estos métodos surgen al aceptar incomparabilidades y al no imponer propiedades de transitividad. Ello significa que las preferencias no pueden ser expresadas por una única función numérica (Vincke, p. 11-3).

Los principios básicos de las relaciones de Sobreclasificación son:

1. La construcción del modelo de Sobreclasificación, el cual representa la preferencia total y el cual puede ser formado por uno o más valores o relaciones binarias.
2. La explotación del modelo de Sobreclasificación en función del problema a resolver (Vincke, p. 11-4).

Las relaciones de Sobreclasificación son utilizadas en los métodos ELECTRE, PROMETHEE, GAIA y en los análisis de concordancia en general. Se refiere a la comparación de dos alternativas respecto a todos los criterios mediante el uso de relaciones binarias.

Formalmente a supera a b ($a S b$) si existen suficientes motivos a favor de a (se trata de la concordancia en términos de cantidad de criterios o de peso de los criterios favorables) y si no se registran opiniones fuertemente contrarias a a (es la discordancia, ejercida como derecho de veto, medida como una gran diferencia de puntaje en a para alguno de los criterios bajo análisis).

Cuando se verifican estas dos circunstancias, es posible afirmar que a supera a b .

En general dadas dos alternativas a y b es posible encontrar las siguientes situaciones:

$a S b$ o $b S a$,

$a S b$ y $b S a$, lo que implica que $a I b$ (a es indiferente o equivalente a b)

a y b son incomparables, es decir no se verifica ninguna de las circunstancias anteriores.

Las relaciones de Sobreclasificación no son necesariamente transitivas. Esto es, si $a S b$ y $b S c$, ello no necesariamente implica que $a S c$. Esto hace que este método sea simultáneamente práctico y ambiguo, a semejanza de multitud de casos que se

encuentran en la vida cotidiana. La relación de Sobreclasificación en ELECTRE se determina aplicando índices de concordancia y de discordancia en forma simultánea.

Ejemplos de situaciones donde las relaciones de Sobreclasificación se pueden usar: cuando al menos un criterio no es cuantitativo, así estos razones de intervalos de preferencia no tienen sentido, cuando las unidades de diferentes criterios son heterogéneos y cuando algunas preferencias deben ser tomadas en cuenta (Vinke, p. 11-4).

Los métodos de sobreclasificación han sido frecuentemente criticados por la falta de fundamentos axiomáticos. Aunque se ha trabajado en este sentido, por ejemplo las relaciones obtenidas por métodos ELECTRE no poseen ninguna propiedad en particular. En el caso de los métodos PROMETHEE si hay relaciones, pero su caracterización es aún un problema abierto (Vinke, p. 11-21).

Muchos elementos pueden ser tomados en cuenta para escoger un método de sobreclasificación, por ejemplo: qué tipo de resultado se desea obtener, qué tipo de información es posible obtener como datos de entrada y cuáles propiedades son consideradas como importantes para el método. (Vinke, p. 11-23).

Aunque se han aplicado los métodos de relaciones de Sobreclasificación en muchas aplicaciones completas no hay de ellos una descripción suficiente en las revistas internacionales. principalmente por el hecho de que la descripción de un problema real de decisiones es un trabajo tremendo y no posee las características necesarias para ser publicado en una revista científica. Por otro lado, la reducción de la descripción del proceso decisorio a la aplicación estricta del método a un conjunto de datos no es muy interesante.

Buchanan (1999) propone una aplicación real de la metodología de la selección de un proyecto para una compañía de electricidad de Nueva Zelanda, utilizando el método ELECTRE III, Mauchant (1996) habla del contexto de programas como PROMETHEE y GAIA; Brams et al (1994), explica el uso de PROMETHEE y Abu -Taled et al (1994), propone el uso de PROMETHEE V en planeación de recursos del agua.

Teoría de la Utilidad Multiatributo.

Fue desarrollada por Ralph L. Keeney y Howard Raiffa, en 1976. Busca expresar las preferencias del decisor sobre un conjunto de atributos o criterios en términos de la utilidad que le reporta, dentro de un contexto de la teoría de la decisión en condiciones de incertidumbre. Se trata de modelos de agregación de preferencias efectuadas respecto a criterios individuales, en los cuales se modelan las preferencias globales del decisor mediante una función de valor. La norma de comportamiento es el principio de la racionalidad.

Dos ventajas de estos modelos es el hecho de que pueden excluir cualquier incomparabilidad y que estas preferencias son transitivas (Vincke, p. 11-3)

Esta teoría se basa en los siguientes axiomas:

- ❖ Axioma 1. Maximización de la función de utilidad. Todo decisor intenta inconscientemente (o implícitamente) maximizar una función que agrega todos los puntos de vista relevantes del problema..
- ❖ Axioma 2. Tricotomía. Por otra parte, todo par de acciones a y b son susceptibles de ser comparadas, y existe un ordenamiento de preferencia bien definido sobre el conjunto de las acciones, de modo que para cualquier par de alternativas se tiene que:
 - o bien $a > b$, el resultado a es preferido al resultado b ,
 - o bien $a \sim b$, el decisor se encuentra en situación de indiferencia entre a y b ,
 - o bien $b > a$, el resultado b es preferido al resultado a .
- ❖ Axioma 3. Transitividad. Se asume que el orden de preferencia es transitivo, esto es, si se prefiere a a b y b a c , entonces se debe preferir a a c .

Del primer axioma si es interrogado el decisor acerca de sus preferencias, sus respuestas serán coherentes con una cierta función que no es conocida a priori. El papel del analista es el de estimar esta función mediante una adecuada serie de preguntas formuladas al decisor. Estos dos últimos axiomas garantizan la preservación de consistencia al comparar resultados. El propósito del método es asociar valores numéricos a los resultados de la comparación, de modo tal que i) estos valores numéricos son ordenados consistentemente con las preferencias, y ii) se pueda determinar tales valores mediante algún tipo de procedimiento, para el cual se recurre a axiomas adicionales.

La técnica se basa aquí en dos pasos: primero la medición de la utilidad parcial de una alternativa con referencia a cada uno de los criterios, y luego proceder a la agregación de estas utilidades parciales para obtener la utilidad global de la acción bajo análisis.

En definitiva, las fases que se distinguen en la construcción de una función de utilidad son las siguientes:

- i) Identificación de la forma funcional apropiada
- ii) Construcción de las funciones de utilidad unidimensionales
- iii) Determinación de los parámetros de la función de utilidad multiatributo
- iv) Comprobación de la consistencia de la función de utilidad construida

Tanto para la determinación de la forma de descomposición, como para el cálculo de las funciones de utilidad unidimensionales y los factores de escala, se utilizan loterías.

Este modelo se basa en los supuestos de que:

- a) Los diferentes atributos son independientes
- b) El beneficio o valor general que resulta de la presencia de distintos atributos se obtiene de forma aditiva

A pesar de que el cumplimiento de estos supuestos no siempre se puede garantizar, la repercusión que tiene la violación de los mismos (robustez del modelo) es débil. Es posible el planteo de otros modelos de agregación de tipo multiplicativo, pero estos son más complejos y menos utilizados.

El modelo de agregación de las utilidades parciales en una utilidad total puede tomar dos formas, i) de tipo aditiva o ii) de tipo multiplicativa.

En i) es posible agregar las utilidades parciales sumándolas las unas con las otras (luego de haberlas multiplicado por una ponderación, o luego de haberlas modificadas mediante una transformación afín, o ambas a la vez). En el llamado modelo aditivo simple la utilidad global se expresa mediante la ecuación 1:

$$U(x) = p_1 u_1(x_{i1}) + p_2 u_2(x_{i2}) + \dots + p_m u_m(x_{im}) \dots \dots \dots (1)$$

dónde los p_j son los pesos o ponderaciones

las u_j son las utilidades subjetivas parciales

x_{ij} son las acciones bajo análisis

La expresión multiplicativa adopta la forma de la ecuación 2:

$$U(x) = [\alpha_1 + \beta_1 u_1(x_{i1})] \times [\alpha_2 + \beta_2 u_2(x_{i2})] \times \dots \times [\alpha_m + \beta_m u_m(x_{im})] \dots \dots \dots (2)$$

dónde los α_j y β_j son también pesos o ponderaciones (Flament, 1999).

Es un método compensatorio por que los intercambios de logros entre atributos están permitidos.

El procesamiento de información es interdimensional, y la búsqueda de información es variable, de acuerdo al criterio de Hogarth (1991, p. 80).

Aplicaciones de estos métodos son: el proyecto de localización de un nuevo aeropuerto en la Ciudad de México (Prawda, 1995, p. 70), otros problemas de localización (Buffa, 1994, p. 129), y exámenes para elegir candidatos (French, 1988, p. 138)

El Proceso Analítico Jerárquico.

Es un método desarrollado por Thomas L. Saaty en 1980, como una ayuda a la toma de decisiones (1), consiste en dividir una situación compleja y poco estructurada en sus partes que la componen; arreglando estas partes, o variables, en un orden jerárquico; asignando valores numéricos a juicios subjetivos sobre la importancia relativa de cada variable; y sintetizando los juicios para determinar cuales variables tienen la mayor prioridad y deben actuar bajo la influencia del resultado de la situación (2).

El proceso involucra estructurar un problema de un objetivo primario a niveles secundarios de objetivos. Una vez que estas jerarquías han sido establecidas, una matriz de comparación por pares de cada elemento, dentro de cada nivel es construido. Los participantes pueden sopesar cada elemento con cada uno de los otros elementos dentro de cada nivel, cada nivel está relacionado a los niveles sobre y debajo de éste, y el esquema total es resuelto matemáticamente. El resultado es una clara afirmación prioritaria de un individuo o grupo (3).

Es especialmente adecuado para decisiones complejas las cuales involucran la comparación de elementos de decisión los cuales son difíciles de cuantificar. Está basado en el supuesto de que cuando nos enfrentamos con una decisión compleja la reacción humana natural es agrupar los elementos de decisión de acuerdo con sus características comunes (4).

Construcción de arriba abajo. Se comienza listando primero los atributos más globales, esto es, construyendo el árbol de valores de arriba hacia abajo, de lo más general a lo más particular. Es decir que todos los aspectos generales que se recopilaron en la definición del problema están presentes en esta primera instancia. Cada atributo propuesto deberá llevar aparejada una definición operativa. Al descomponer un atributo hay que procurar que los sub-atributos generados guarden una relación jerárquica con el principal, evitando que se establezcan relaciones con otros principales. Se termina de agregar cuando las últimas ramas son susceptibles de ser valoradas por cualquier procedimiento.

Construcción de abajo arriba. En este caso el proceso se desarrolla a la inversa. Se producen todas las características que permiten diferenciar entre las alternativas y posteriormente se construye la estructura agrupando aquellas que mantienen un factor común, que será denominado luego. En muchos casos al decisor le cuesta mucho el procedimiento arriba abajo que, de alguna manera supone un cierto grado de elaboración sobre el material lo cual no es siempre el caso. Cuando el decisor no está muy familiarizado con el problema, la elaboración de lo particular a lo general es más recomendable. Este procedimiento consiste en listar todas las características que ayudan a distinguir entre las alternativas.

La parte medular del proceso de Saaty se encuentra en el mecanismo de obtención de pesos mediante la comparación de a pares: en cada nivel de la jerarquía, se efectúa una comparación de a pares (pairwise), tomando en cuenta la "contribución" de cada elemento de esa jerarquía respecto de cada uno de los vértices inmediatamente superiores con los cuales se encuentra vinculado. La comparación de a pares se realiza en términos de "razones o tasas de preferencia" si se trata de alternativas o de "razones de

importancia" si se trata de criterios, sobre la base de una escala numérica propuesta por Saaty. Puede ocurrir que en el proceso de comparaciones se obtenga algún grado de inconsistencia. El algoritmo planteado por Saaty es un cálculo de autovectores que permite una aproximación razonable de las razones estimadas respecto a las comparaciones hechas por el decisor.

Valores globales. Se dispone de alternativas: a, b, c, d, ...y los atributos o criterios son C_1, C_2, C_3, \dots , cuyos pesos son $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$

Los pesos locales de alternativas y/o atributos son obtenidos mediante el procedimiento de comparaciones binarias y con la escala propuesta por Saaty: $W_1, W_2, W_3, \dots, W_r$

En consecuencia, el valor global de una alternativa genérica x_i es la mostrada por la ecuación 3:

$$V(x_i) = \sum p_i v_i(x) \dots\dots\dots(3)$$

Donde la suma se extiende a todos los criterios posibles.

Interdependencia de los elementos de una jerarquía. El método clásico de Saaty establece cómo obtener prioridades de los elementos de una jerarquía y cómo obtener el conjunto de prioridades globales cuando los elementos de cada nivel son independientes. Con mucha frecuencia dichos elementos son interdependientes y se plantea entonces el problema de enfrentar dichas interdependencias a efectos de obtener las adecuadas prioridades del problema. Hay dos clases principales de interdependencias entre elementos de un nivel de jerarquía que fueron estudiadas por Saaty y su equipo: la interdependencia sumativa y la interdependencia sinérgica. Para ambos problemas se han aportado respuestas en el contexto de redes de retroalimentación y de supermatrices de las que se obtienen las prioridades globales de las alternativas (Flament, 1999).

La metodología del proceso analítico jerárquico involucra los pasos siguientes:

1. Entendimiento del problema de decisión y definición del objetivo total de la solución del problema;
2. Identificación o diseño de alternativas;
3. Identificación de criterios relevantes y/o subcriterios;
4. Construcción de un modelo del proceso analítico jerárquico;
5. Hacer comparaciones por pares de los elementos en un nivel con respecto a los elementos en el siguiente nivel que sirven como un criterio o propiedad común.

Este proceso crea una matriz de comparación por pares. Si hay muchos tomadores de decisiones participando múltiples juicios pueden ser sintetizados por el uso de herramientas geométricas;

6. Usando la matriz creada en el paso anterior, se calculan los pesos derivados locales de los elementos comparados;
7. Se prueba la consistencia por el cálculo de la razón de consistencia;

8. Se repiten los pasos 5, 6 y 7 para todos los elementos en todos los niveles de la jerarquía;
9. Se sintetiza la totalidad de pesos para los elementos en el menor nivel;
10. Se evalúa la consistencia total (5).

Un modelo de evaluación jerárquica es construido usando herramientas de un programa de computadora basado en el proceso analítico jerárquico, tales como: el Programa de Toma de Decisiones Expertas y el de Elección Experta. En años recientes el proceso analítico jerárquico ha sido usado para muchas diferentes aplicaciones incluyendo planeación estratégica, ubicación de recursos y la selección de la mejor alternativa (6).

Este método es compensatorio, ya que en la estrategia de elección los intercambios de logros entre atributos (trade-offs) están permitidos (Flament, 1999).

La búsqueda de información es variable y el tipo de procesamiento es interdimensional, de acuerdo al criterio de Hogarth (1991, p. 80).

Otras aplicaciones del proceso analítico jerárquico son en el campo médico (Primare Care Institute, 1997), en proyectos de priorización de transporte (7), en problemas de desarrollo organizacional (Oddershede, 1991).

Discusión.

Revisamos las principales propuestas de tres familias de métodos de ayuda a la decisión multicriterio, vemos que no hay una forma de llegar a la mejor solución de un problema, todo depende de las variables que se consideren, pero sobre todo del modelo axiomático o software de cómputo que se utilice, es posible obtener distintas soluciones a un mismo problema, analizándolo desde diferentes ángulos. Hay varias maneras de ser racional en nuestro proceder como decisores. Estos métodos son complementarios, cada uno tienen sus ventajas, desventajas y campo de aplicación más apropiados. Ellos se pueden mezclar para resolver situaciones particulares. El campo del análisis de decisiones aún tiene muchas vertientes, es algo no acabado como pretenden algunos libros de texto elementales, del cual hay aún mucho por discutir.

Hay que tomar, entonces con cautela, los libros o programas que dan soluciones indiscutibles a los problemas, hay que revisar con cuidado sus fundamentos y analizar sus limitaciones a la luz de los modelos de análisis de decisiones disponibles.

De acuerdo al criterio de tipo de procesamiento y de búsqueda de la información usado por Hogarth (1991) se clasifican las tres familias de métodos, lo cual muestra las diferentes estrategias para tomar decisiones.

A manera de conclusión diríamos que dado un problema de decisiones se deben mostrar los elementos que intervienen, encuadrarlos dentro de los supuestos de las diversas técnicas de ayuda a la toma de decisiones, lo cual podría resultar en que puede haber en más de una, en tal caso se debe buscar una mezcla de las mismas, y entonces encontrar las soluciones. EL paso

final sería aplicarlo en la realidad y entonces valorar qué técnica o resultado fue el mas conveniente, para de ahí regresar a la revisión de los métodos para su refinamiento y desarrollo.

REFERENCIAS.

- Abu-Taleb, M.F. y Mareschal, B. WATER RESOURCES PLANNING IN THE MIDDLE EAST: APPLICATION OF THE PROMETHEE V MULTICRITERIA METHOD, http://smg.ulb.ac.be/Preprints/Abu_Taleb94_09.html
- Brans, J.P. y Mareschal, B. HOW TO DECIDE WITH PROMETHEE. <http://smg.ulb.ac.be>
- Buchanan, John; Shepard, Phillip y Vanderpooten, Daniel. PROJECT RANKING USING ELECTRE III. Working paper. January 1999. <http://www.waikato.ac.nz/depts/mns...h/Abstract/Paper/RRS-99-1-BuchSheVan.htm>
- Buffa, Elwood S. y Dyer, James S. CIENCIAS DE LA ADMINISTRACIÓN E INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. México, Noriega-Limusa, 1994. 852 pp.
- Flament, Michael. GLOSARIO MULTICRITERIO. Publicaciones de los miembros de la R.E.D.-M <http://www.unesco.org.uy/rem-m/publicac.htm>
- French, Simon. DECISION THEORY AN INTRODUCTION TO THE MATHEMATICS OF RATIONALITY. England, Ellis Horwood Limited, 1988.
- Hogarth, R. JUDGEMENT AND CHOICE. 2nd. Ed., 1991. John Wiley and Sons. p. 80
- Mauchant, T. PROMETHEE AND GAIA IN A MULTI-DECISION MAKER ENVIROMENT. http://smg.ulb.ac.be/Preprints/Marchant96_01.html
- Oddershede H., Astrid y Arias M., Arnoldo. APLICACIÓN DEL MÉTODO JERÁRQUICO ANALÍTICO PARA LA TOMA DE DECISIONES EN PROBLEMAS DE DESARROLLO ORGANIZACIONAL: CASO DE UN DEPARTAMENTO ACADÉMICO.1991. <http://lauca.usach.cl/red-m97.htm/RES-13.HTM>
- Prawda Witenberg, Juan. MÉTODOS Y MODELOS DE INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES. Vol. 2. Modelos Estocásticos, México, Noriega-Limusa, 1995.1027 pp.
- Primary Care Institute. THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS. Highland Hospital, Rochester, NY, USA. 1997 <http://www.miner.rochester.edu/smd/pci/AHP.html>
- Vincke, Philipe. Cap. 11 OUTFRANKING APPROACH. <http://smg.ulb.ac.be>

NOTAS.

1 <http://www-mmd.eng.cam.ac.uk/people/ahr/dstools/choosing/ahp.htm>

2 <http://mis.ucd.ie/students/mms1/ahp.html>

3 <http://www.rsginc.com/ahp/index.htm>

4 <http://www-mmd.eng.cam.ac.uk/people/ahr/dstools/choosing/ahp.htm>

5 <http://argenet.com.ar/~von/H/apj.htm>

6 <http://mis.ucd.ie/students/mms1/ahp.html>

7 <http://www.rsginc.com/ahp/index.htm>