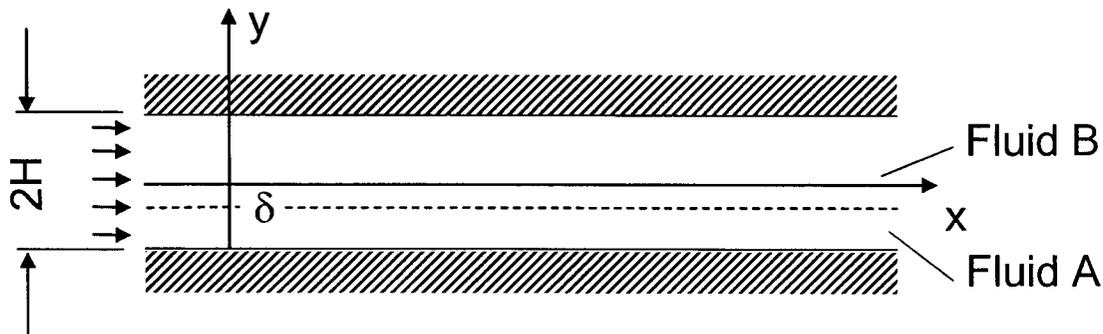


19. Aufgabe *Geschichtete Kanalströmung – exakte Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen*

In einem ebenen Kanal strömen zwei Newtonsche, inkompressible Fluide mit verschiedenen Stoffeigenschaften in laminarer Strömung. Die Strömung werde durch einen Druckgradienten in x-Richtung angetrieben. Gemäß der Skizze liege die Grenze zwischen den beiden Fluidschichten bei $y=\delta$. Die Kanalhöhe ist $2H$, seine Breite senkrecht zur Zeichenebene sei B .



- a) Stellen Sie durch Spezialisierung der Kontinuitätsgleichung und der Navier-Stokes-Gleichungen die Bewegungsgleichungen für diese Strömung zusammen. Die Spezialisierung soll in folgender Weise erfolgen:
 - die Strömung sei stationär und eben,
 - die Strömung sei entwickelt,
 - die Kanalwände seien für die Fluide undurchlässig,
 - Massenkräfte seien für die Rechnung vernachlässigbar.
- b) Berechnen Sie nun für die beiden Fluide die allgemeinen Lösungen der Differentialgleichungen für $u(y)$, die Sie durch die Spezialisierung der Navier-Stokes-Gleichungen erhalten haben.
- c) Welche Randbedingungen stehen Ihnen zur Verfügung, um die in den beiden Lösungen auftretenden 4 Konstanten zu ermitteln?
- d) Führen Sie diese Randbedingungen in die allgemeinen Lösungen ein und ermitteln Sie so die Geschwindigkeitsprofile. Skizzieren Sie diese Profile qualitativ. Wundert es Sie, dass die Dichten der Fluide in den Gleichungen nicht auftreten?
- e) Ermitteln Sie den Gesamt-Massenstrom der beiden Fluide, durch den Kanal als Funktion des angelegten Druckgefälles und der Lage δ der Trennfläche.
- f) Wenn Massenkräfte wirken, welche Bedingung an die Dichten ρ_A und ρ_B der beiden Fluide müssten Sie stellen, damit die Schichtung stabil bleibt?