3) $\mathfrak{A}_1 = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix}$, $\mathfrak{A}_2 = \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix}$; $\mathrm{Det}(\mathfrak{A}_1) \neq 0$; $\mathrm{Det}(\mathfrak{A}_2) \neq 0$

zu zeigen: $\mathrm{Det}(\mathfrak{A}_1 \cdot \mathfrak{A}_2) \neq 0$; $\mathfrak{A}_1 \cdot \mathfrak{A}_2 = \begin{pmatrix} (a_1 a_2 + b_1 c_2) & (a_1 b_2 + b_1 d_2) \\ (c_1 a_2 + d_1 c_2) & (c_1 b_2 + d_1 d_2) \end{pmatrix}$

$$\mathrm{Det}(\mathfrak{A}_1 \cdot \mathfrak{A}_2) = (a_1 a_2 + b_1 c_2)(c_1 b_2 + d_1 d_2) - (c_1 a_2 + d_1 c_2)(a_1 b_2 + b_1 d_2)$$
$$= (a_1 d_1 - b_1 c_1)(a_2 d_2 - c_2 b_2) = \mathrm{Det}(\mathfrak{A}_1) \cdot \mathrm{Det}(\mathfrak{A}_2)$$

$\rightarrow$ falls $\mathrm{Det}(\mathfrak{A}_1) \neq 0$, $\mathrm{Det}(\mathfrak{A}_2) \neq 0$ $\rightarrow$ $\mathrm{Det}(\mathfrak{A}_1 \cdot \mathfrak{A}_2) \neq 0$

7)

		x	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x}$	$-x$
f_0	x	x	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x}$	$-x$
f_1	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	x	$-x$	$-\frac{1}{x}$
f_2	$-\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x}$	$-x$	x	$\frac{1}{x}$
f_3	$-x$	$-x$	$-\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	x

$p_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

$p_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

$p_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

$p_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

	p_0	p_1	p_2	p_3
p_0	p_0	p_1	p_2	p_3
p_1	p_1	p_0	p_3	p_2
p_2	p_2	p_3	p_0	p_1
p_3	p_3	p_2	p_1	p_0

Isomorphie: $f_0 \Leftrightarrow p_0$, $f_1 \Leftrightarrow p_1$, $f_2 \Leftrightarrow p_2$, $f_3 \Leftrightarrow p_3$

4) $\mathfrak{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $\mathfrak{A} \cdot \mathfrak{A}^{-1} = \mathfrak{E}$ $\qquad \mathfrak{A} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow x = \dfrac{\begin{vmatrix} 1 & b \\ 0 & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}} = \dfrac{d}{D}$, $D \rightarrow \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & v \\ y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\qquad y = \dfrac{\begin{vmatrix} a & 1 \\ c & 0 \end{vmatrix}}{D} = \dfrac{-c}{D}$

$\mathfrak{A} \cdot \begin{pmatrix} v \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow v = \dfrac{\begin{vmatrix} 0 & b \\ 1 & d \end{vmatrix}}{D} = \dfrac{-b}{D}$; $z = \dfrac{\begin{vmatrix} a & 0 \\ c & 1 \end{vmatrix}}{D} = \dfrac{a}{D}$

also: $\mathfrak{A}^{-1} = \dfrac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

2) $|x| + |y| \overset{?}{\leq} \sqrt{2}\,|z|$
$$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} \leq \sqrt{2}\,\sqrt{x^2 + y^2}$$
$$x^2 + 2\sqrt{x^2}\sqrt{y^2} + y^2 \leq 2x^2 + 2y^2$$
$$0 \leq x^2 - 2|x||y| + y^2$$
$$0 \leq (x - y)^2$$

$|z| \leq |x| + |y|$
$$\sqrt{x^2 + y^2} \leq |x| + |y|$$
$$x^2 + y^2 \leq |x|^2 + |y|^2 + 2|x||y|$$
$$0 \leq 2|x||y|$$

Diedergruppe: $\mathcal{D}_n$ - Deckabbildungen von regelmäßigen n-Ecken

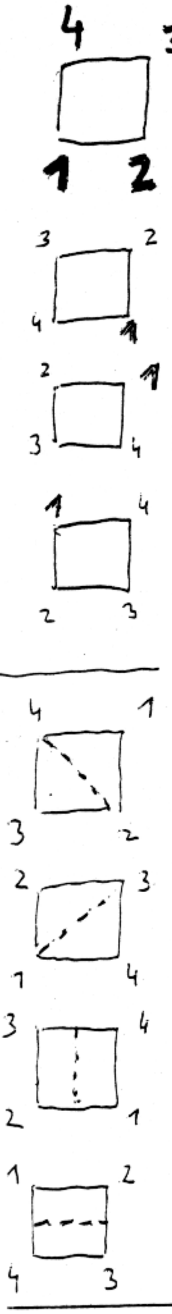
$|\mathcal{D}_n| = 2n$, bestehend aus n Drehungen mit Drehwinkel $i \cdot \frac{2\pi}{n}$ $(i = 0, 1, \dots, n-1)$

und n Spiegelungen

n-gerade: bzgl. $n/2$ Diagonalen, $n/2$ gegenüberliegende Seitenhalbierende

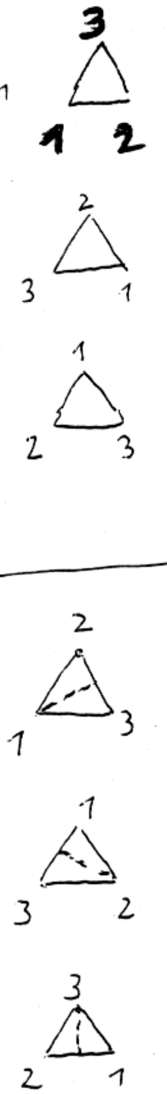
n-ungerade: bzgl. n Punkte-gegenüberliegende Seitenhalbierende.

$\boxed{\mathcal{D}_4}$



D_1	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$	p_1
D_2 $\frac{\pi}{2}$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$	p_2
D_3 π	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$	p_3
D_4 $\frac{3}{2}\pi$	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$	p_4
S_1	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$	p_5
S_2	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$	p_6
S_3	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$	p_7
S_4	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$	p_8

$\boxed{\mathcal{D}_3}$



Drehungen

D_1	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
D_2	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$
D_3	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

Spiegelungen

S_1	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
S_2	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
S_3	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

Bsp: $p_5 \cdot p_6 = p_3$

$p_2 \cdot p_6 = p_8$