

**Lineare Algebra für Informatiker WS 02/03,
Übungsaufgaben für 14.-25.10.02, 1./2. Woche**

1. Beweisen Sie folgende Relationen für die entsprechenden natürlichen Zahlen n !

a) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 3) + (2n - 1) = n^2$

b) $1 + 4 + 9 + \dots + (n - 1)^2 + n^2 = \frac{1}{6}n(n + 1)(2n + 1)$

c) $k = n^3 - n$ ist durch 6 teilbar

d) $2^n > 2n$ für $n \geq 3$

e) $2^n > n^2$ für $n \geq 5$

2. Wieviel Diagonalen besitzt ein konvexes n -Eck?

3. Lösen Sie folgende linearen Gleichungssysteme (LGS) für die entsprechenden Parameterpaare:

$$\begin{aligned}x + 3y &= 0 \\2x - ay &= b\end{aligned}$$

für $(a, b) \in \{(1, 0), (-6, 1), (-6, 0), (0, 6)\}$.

und geben Sie eine geometrische Interpretation!

4. Lässt sich der Vektor $\vec{b} = (1; 1; 3)$ als Linearkombination der Vektoren $\vec{a}_1 = (2; 1; 4)$, $\vec{a}_2 = (1; -2; -3)$ und $\vec{a}_3 = (-1; 1; 1)$ darstellen (Hinweis: LGS)?

5. Man bringe folgende Kegelschnitte auf Normalform, charakterisiere sie und erstelle deren qualitativen Bilder:

a) $9x^2 + 4y^2 + 18x - 8y = 23$ b) $4y^2 + 18x = 9x^2 + 8y + 41$

c) $2x^2 + 16y = 8x - 8y^2 - 16$ d) $x^2 + 4x + 18y = 9y^2 + 5$

e) $4y^2 + 8y - x + 7 = 0$

6. In der Ebene geht eine Gerade g durch die Punkte A und B mit den Koordinaten $A(0; 3)$ und $B(2; 0)$. Man demonstriere alle bekannten Möglichkeiten zur Geradendarstellung! Welchen Abstand hat g vom Koordinatenursprung?

7. Lösen Sie die LGS!

$$\begin{aligned}2x_1 + 1x_2 &= 1 & 2x_1 + 1x_2 &= 0 \\3x_1 + 2x_2 &= 0 & 3x_1 + 2x_2 &= 1\end{aligned}$$

8. Diskutieren Sie die Lösbarkeit des folgenden LGS:

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 7 \text{ in Abhängigkeit vom Parameter } \lambda \in \mathbb{R}!$$

$$x_1 - x_2 - x_3 = \lambda$$